


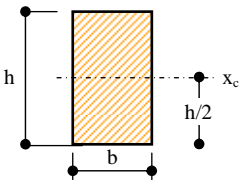
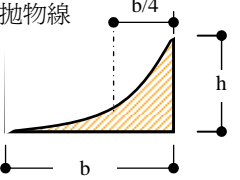
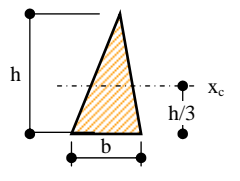
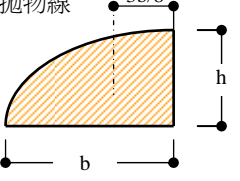


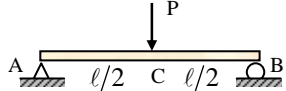
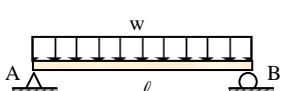
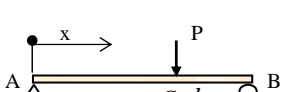
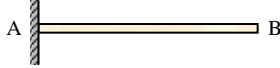
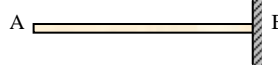
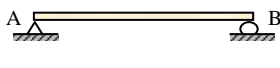

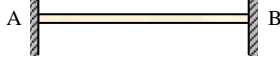
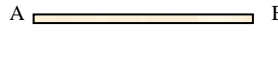





第 11. 章 撓度與靜不定

一、觀念整理 掌握考試重點，捉住得分關鍵

1. 撓度 δ ：梁承受橫向載重而彎曲變形，其內任一點在垂直方向產生之位移，稱之該點撓度。
2. 彈性曲線：梁內各點撓度所得之連續曲線，稱為彈性曲線。
3. 撓角 θ ：彈性曲線上任一點之切線於原梁軸向之夾角，稱為撓角或稱為斜度。
4. 抗撓剛度：材料之彈性係數與其段面的慣性矩之乘積即 EI 值，稱之抗撓剛度。
 - ① 抗撓剛度愈大，則材料愈不易彎曲。
 - ② 斷面慣性矩愈大，則材料愈不易彎曲。
 - ③ 彈性係數愈大，則材料愈不易彎曲。
 - ④ 梁之危險截面處之曲率半徑最小，彎曲最大，撓度亦是最大。
5. 簡支梁之兩支承點與懸臂梁之自由端：無彎矩且曲率半徑無限大，故彈性曲線為直線而無彎曲。
6. 面積力矩第一定理：彈性曲線上任意兩點切線所夾之角度，等於該兩點間 M/EI 曲線圖對應之面積。 \Rightarrow 即 $\theta_{A/B} = (A_{M/EI})_{A/B}$
7. 面積力矩第二定理：彈性曲線上 B 點對 A 點之切線間的垂直位移 δ ，等於該兩點間 M/EI 曲線圖對應之面積對 B 點垂線之一次矩。 \Rightarrow 即 $\delta_{A/B} = (A_{M/EI})_{A/B} \times x_B$
8. 參考之切線點：通常選擇已知切線之撓角為零者。如固定端之 $\theta = 0$ ，或對稱載重梁之中點 $\theta = 0$ 。
9. 適用高中職解 θ 與 δ 之方法：
 - ① 面積法：《 懸臂梁之題型建議用此法 》。
 - ① \Rightarrow 第一定理 $\Rightarrow \theta_{A/B} = (A_{M/EI})_{A/B} \circ$
 - ② \Rightarrow 第二定理 $\Rightarrow \delta_{A/B} = (A_{M/EI})_{A/B} \times x_B \circ$
 - ② 共軛梁法：乃利用原梁與共軛梁之轉換的方法。《 一般題型如簡支梁建議用此法 》。
 - ① $\Rightarrow \theta =$ 共軛梁之剪力值。
 - ② $\Rightarrow \delta =$ 共軛梁之彎矩值。
 - ③ 重疊法：《 常見到之合併題型建議用此法 》。
 - ① $\Rightarrow \theta = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \dots$
 - ② $\Rightarrow \delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots$
 - ④ 體積積分法：《 全部題型皆適用 》。如原梁至該點 M/EI 圖面積為 A，
 - ① 若欲求某點之 $\theta \Rightarrow$ 即在該點加一單位之彎矩 ，繪其彎矩圖並求出該點之彎矩值 y_θ 。
 - ② 若欲求某點之 $\delta \Rightarrow$ 即在該點加一單位之垂直力 \downarrow ，繪其彎矩圖並求出該點之彎矩值 y_δ 。
 - ① $\Rightarrow \theta = A \cdot y_\theta \circ$
 - ② $\Rightarrow \delta = A \cdot y_\delta \circ$

二、解題技巧 秘笈口訣傳授，增進考試實力

《秘笈一》 θ 與 δ 常用公式技巧：

常用之面積形心	1.長方形  $A = bh$	3.二次拋物線  $A = \frac{bh}{3}$
	2.三角形  $A = \frac{bh}{2}$	4.二次拋物線  $A = \frac{2bh}{3}$
常用之最大彎矩、撓度、斜度	懸臂梁  $M_{\max} = M$ $\theta_B = \frac{Ml}{EI}$ $\delta_B = \frac{Ml^2}{2EI}$	
	 $M_{\max} = Pl$ $\theta_B = \frac{Pl^2}{2EI}$ $\delta_B = \frac{Pl^3}{3EI}$	
常用之共軛梁之型式	 $M_{\max} = \frac{Pl}{4}$ $\theta_A = \frac{Pl^2}{16EI}$ $\delta_C = \frac{Pl^3}{48EI}$	
	 $M_{\max} = \frac{wl^2}{8}$ $\theta_A = \frac{wl^3}{24EI}$ $\delta_C = \frac{5wl^4}{384EI}$	
	 $M_{\max} = \frac{Pab}{l}$ $\theta_A = \frac{Pb}{6lEI}(l^2 - b^2)$ $\delta_x = \frac{Pbx}{6lEI}(l^2 - b^2 - x^2)$	
常用之共軛梁之型式	【原梁①】  \Rightarrow 【共軛梁①】 	
【原梁②】  \Rightarrow 【共軛梁②】 		
【原梁③】  \Rightarrow 【共軛梁③】 		
【原梁④】  \Rightarrow 【共軛梁④】 		
【原梁⑤】  \Rightarrow 【共軛梁⑤】 		
【原梁⑥】  \Rightarrow 【共軛梁⑥】 