第 6. 章　形心與慣性矩

§6-1　形心

一、觀念整理 ➲掌握考試重點，捉住得分關鍵

1.形心：物體幾何形狀之中心位置，其中心位置稱爲形心。
2.重心：凡物體內之一點，無論物體之位置如何變更，其重力之作用線必經該點，則此點稱爲重心。
3.質心：凡物體之各部質量，可用一點代替全部質量，此點即爲質量中心，簡稱質心。
4.形心之特性：
❶形心之位置是利用力矩原理求得。
❷形心必在該幾何圖形之對稱軸(面)上。
❸面積之形心對稱於一軸，則其形心將在該軸上。
❹面積之形心對稱於二軸，則其形心將在該二軸交點上。
❺對稱中心必爲形心，但形心不一定爲對稱中心。

二、解題技巧 ➲秘笈口訣傳授，增進考試實力

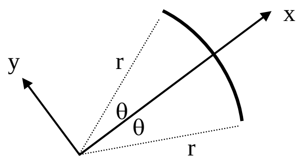
《秘笈》形心求法

1.　線段之形心：$\bar{x}=\dfrac{\sum l_i\cdot x_i}{\sum l_i}$　，$\bar{y}=\dfrac{\sum l_i\cdot y_i}{\sum l_i}$

❶直線段之形心：在線段之中點上。
❷圓弧線之形心：必在圓心角之分線上。

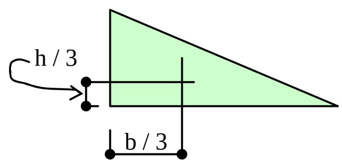
$\bar{x}=\dfrac{r\sin\theta}{\theta}$（ θ 爲半圓心角以弧度計 ）

$\bar{y}=0$（ 設對稱軸爲 x 軸，與其垂軸爲 y 軸 ）



2.　面積之形心：$\bar{x}=\dfrac{\sum A_i\cdot x_i}{\sum A_i}$　，$\bar{y}=\dfrac{\sum A_i\cdot y_i}{\sum A_i}$

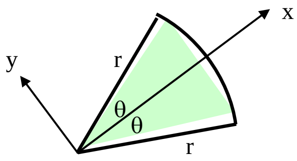
❶矩形之形心：在對角線之交點上，或在1/2 之底邊。
❷三角之形心：在1/3之底邊。

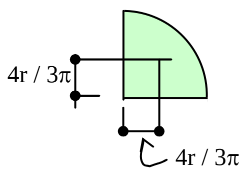


❸扇形之形心：$\bar{x}=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{r\sin\theta}{\theta}$ ；$\bar{y}=0$

❹1/4 圓之形心：$\bar{x}=\bar{y}=\dfrac{4r}{3\pi}$

❺1/2 圓之形心：$\bar{x}=\dfrac{4r}{3\pi}$ ；$\bar{y}=0$





§6-2 慣性矩與截面係數

一、觀念整理 ➲掌握考試重點，捉住得分關鍵

1.面積一次矩(面積力矩⇒ Q)：一平面內各小截面之面積與轉軸間之距離相乘，所得之代數和稱之。

2.面積二次矩(慣性力矩⇒ I)：一平面內各小截面之面積乘以與轉軸間距離之平方代數總和稱之。

3. 慣性矩之特性：

❶材料之重心(形心)乃利用面積力矩法(源於力矩原理)求得。

❷慣性矩恒爲正值，是純量而非向量。

❸慣性矩單位爲長度之四次方。

❹任何截面形狀之最小慣性矩爲：形心軸之慣性矩。

4.極慣性矩(J)：是指面積對其所在平面內兩互相垂直軸之慣性矩之總和。 $\Rightarrow J = I_p = I_x + I_y$

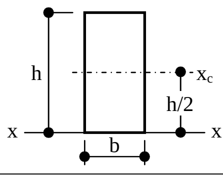
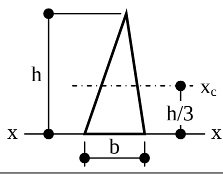
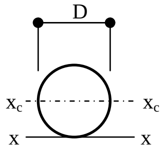
5.平行軸(移軸)定理：爲一面積對平面內某一軸之慣性矩等於該面積形心軸之慣性矩加上該面積與其形心軸至某一軸距離平方之乘積。 $\Rightarrow I_x = I_{NA} + Ad^2$

6.迴轉半徑(K)：將某面積對於某軸之慣性力矩除以面積，必得一長度之平方，此長度稱此面積對於該軸之回轉的迴轉半徑。 $\Rightarrow K_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \Rightarrow K_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$

7.截面係數(Z)：又稱爲斷面模數；以面積之慣性矩除以由中立軸至截面一端之距離，其所得之商，稱之截面係數。 $\Rightarrow Z_x = \frac{I_x}{c} \Rightarrow Z_y = \frac{I_y}{c} \Rightarrow$ 截面係數之單位爲長度之三次方。

二、解題技巧 ➲秘笈口訣傳授，增進考試實力

《秘笈》常見形心與慣性矩：

圖　形		面　積	形心(距底邊)	I_{xc}(形心軸)	I_x(底軸)	Z_x
長方形		bh	$\bar{y} = \frac{h}{2}$	$I_{xc} = \frac{bh^3}{12}$	$I_x = \frac{bh^3}{3}$	$Z_x = \frac{bh^2}{6}$
三角形		$\frac{bh}{2}$	$\bar{y} = \frac{h}{3}$	$I_{xc} = \frac{bh^3}{36}$	$I_x = \frac{bh^3}{12}$	$Z_{x1} = \frac{bh^2}{24}$ $Z_{x2} = \frac{bh^2}{12}$
圓形		$\frac{\pi D^2}{4}$	$\bar{y} = \frac{D}{2}$	$I_{xc} = \frac{\pi D^4}{64}$	$I_x = \frac{5\pi D^4}{64}$	$Z_x = \frac{\pi D^3}{32}$